

- Neka je p prava čija je jednačina $p: x + y = 3 \wedge y = 3$. Napisati jedinični vektor prave p : $\vec{p} = (\quad, \quad, \quad)$ i koordinate tačke A prave p koja je najbliža koordinatnom početku $O(0, 0, 0)$: $A(\quad, \quad, \quad)$.
- Ako je $f: V \rightarrow W$ bijektivna linearna transformacija, tada: **1)** f bijekcija **2)** V i W su izomorfni **3)** $f(V)$ je potprostor od W **4)** $\dim(V) \leq \dim(W)$ **5)** $\dim(V) \geq \dim(W)$
- Za svaku injektivnu linearnu transformaciju $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je: **6)** $f(1) = 1$ **7)** $f(0) = 0$ **8)** $f(0) = 1$ **9)** $f(xy) = f(x)f(y)$ **10)** $f(xy) = x f(y)$ **11)** $f(-x) = -x$ **12)** $f(\lambda v) = f(\lambda) + f(v)$ za svako $\lambda \in \mathbb{R}, v \in \mathbb{R}$
- Zaokružiti vektorske prostore: **1)** $(V, \mathbb{R}, +, \times)$, gde je V skup slobodnih vektora, $+$ je sabiranje slobodnih vektora, a $\times$ je vektorski proizvod slobodnih vektora **2)** $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$, gde je V skup slobodnih vektora, $+$ je sabiranje slobodnih vektora, a $\cdot$ je skalarni proizvod slobodnih vektora **3)** $(\mathcal{F}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, gde je $\mathcal{F} = \{f | \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}$, i za sve $\lambda \in \mathbb{R}$ i sve $f, g \in \mathcal{F}$ je $(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$, $x \in \mathbb{R}$ i $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$, $x \in \mathbb{R}$ **4)** $(\mathcal{M}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, gde je $\mathcal{M}$ skup svih matrica 2×2 nad poljem $\mathbb{R}$, $+$ je sabiranje matrica, a $\cdot$ je množenje matrica **5)** $(\mathcal{M}, \mathbb{R}, +, \cdot)$, gde je $\mathcal{M}$ skup svih matrica 2×2 nad poljem $\mathbb{R}$, $+$ je sabiranje matrica, a $\cdot$ je množenje matrica skalarom
- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ navesti sve vektorske podprostore.
- Linearna transformacija $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (x - y, 2x + ay)$ je izomorfizam akko $a \in \underline{\hspace{2cm}}$
- Za svaku linearnu transformaciju $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$ **2)** $f(0) = 0$ **3)** $f(2xy) = f(x)f(2y)$ **4)** $f(xy) = x f(y)$ **5)** $f(x) = ax + 1$ za neko $a \in \mathbb{R}$ **6)** $f(2\lambda + v) = 2f(\lambda) + f(v)$
- Neka su $\mathbf{a}_1 = (a_{11}, \dots, a_{n1})$, $\mathbf{a}_2 = (a_{12}, \dots, a_{n2})$, $\dots$, $\mathbf{a}_n = (a_{1n}, \dots, a_{nn})$ vektori kolone matrice $A = A_{nn} = [a_{ij}]_{nn}$, neka je $V = \text{Lin}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n) = \{\alpha_1 \mathbf{a}_1 + \alpha_2 \mathbf{a}_2 + \dots + \alpha_n \mathbf{a}_n | \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R}\}$ i neka je $\mathbf{a}_i^2$ skalarni proizvod vektora $\mathbf{a}_i$ sa samim sobom. Tada je: **1)** $\mathbf{a}_1 = \dots = \mathbf{a}_n = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1^2 + \dots + \mathbf{a}_n^2 = 0$ **2)** $\dim V = 0 \Leftrightarrow \text{rang } A = 0$ **3)** $\dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1 = \dots = \mathbf{a}_n = 0$ **4)** $\dim V = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1^2 + \dots + \mathbf{a}_n^2 = 0$ **5)** $\text{rang } A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1 = \dots = \mathbf{a}_n = 0$ **6)** $\text{rang } A = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a}_1^2 + \dots + \mathbf{a}_n^2 = 0$
- Linearne transformacije $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ i $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ su uvek oblika:
 f g h
- **Postoji** linearna transformacija $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ za koju važi da je: **1)** surjektivna
2) injektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog
- **Postoji** linearna transformacija $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ za koju važi da je: **1)** injektivna
2) surjektivna **3)** bijektivna **4)** izomorfizam **5)** ništa od prethodnog.
- Za **svaki** vektorski prostor V i svaku surjektivnu linearnu transformaciju $f: V \rightarrow V$ sledi da je transformacija f : **1)** injektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog.
- Za **svaki** vektorski prostor V i svaku injektivnu linearnu transformaciju $f: V \rightarrow V$ sledi da je transformacija f : **1)** surjektivna **2)** bijektivna **3)** izomorfizam **4)** ništa od prethodnog
- Za **svaki** izomorfizam $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ i njegovu matricu A važi: **1)** f je injektivna **2)** postoji A^{-1} **3)** $n = m$ **4)** f je surjektivna **5)** f je bijektivna **6)** A je regularna **7)** $\det A \neq 0$ **8)** ništa od prethodnog
- Za **svaki** vektorski prostor V postoji homogen sistem linearnih jednačina, čiji skup svih rešenja je vektorski prostor izomorfan prostoru V . Zakruži tačan odgovor DA NE
- Za **svaki** izomorfizam $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ i njegovu matricu A važi:
1) f je injektivna **2)** postoji A^{-1} **3)** $n = m$ **4)** f je surjektivna **5)** f je bijektivna
6) A je regularna **7)** $\det A \neq 0$ **8)** ništa od prethodnog

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su **nekolinearni** ako i samo ako:
 - 1) $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$
 - 2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
 - 3) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$
 - 4) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$
 - 5) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 2$
 - 6) $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
 - 7) $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) \vec{a} \neq \lambda \vec{b}$
 - 8) $\vec{a} \parallel \vec{b}$
 - 9) $(\forall \lambda \in \mathbb{R}) (\vec{a} \neq \lambda \vec{b} \wedge \lambda \vec{a} \neq \vec{b})$
 - 10) $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} = 0 \wedge \alpha^2 + \beta^2 = 0$
- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su **nekomplanarni** ako i samo ako:
 - 1) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$
 - 2) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$
 - 3) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$
 - 4) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$
 - 5) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$
 - 6) $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \vec{a} = \alpha \vec{b} + \beta \vec{c}$
 - 7) $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} = 0 \wedge \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$
 - 8) $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.
- Neka je $f : V \rightarrow \{\alpha \vec{i} | \alpha \in \mathbb{R}\}$, gde je V skup svih slobodnih vektora, definisana sa $f(\vec{x}) = (\vec{i}\vec{x})\vec{i}$. Tada je f :
 - 1) linearna transformacija
 - 2) injektivna
 - 3) surjektivna
 - 4) bijektivna
 - 5) izomorfizam
- Izračunati bar jedan nenula vektor $\vec{n}$ koji je normalan i na vektor $\vec{i} - \vec{j}$ i na vektor $\vec{j} - \vec{k}$. $\vec{n} =$
- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ navesti po jedan primer vektorskog podprostora koji je redom dimenzije 0, 1, 2 i 3. Primer navesti jednačinom ili geometrijskim opisom.

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su **kolinearni** ako :
 - 1) $\vec{a} \times \vec{b} = 0$
 - 2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
 - 3) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$
 - 4) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 2$
 - 5) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 1$
 - 6) $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su nezavisni
 - 7) $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) \vec{a} = \lambda \vec{b}$
 - 8) $\vec{a} \parallel \vec{b}$
 - 9) $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) (\vec{a} = \lambda \vec{b} \vee \lambda \vec{a} = \vec{b})$
 - 10) $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} = 0 \wedge \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$
- Ako su $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ **kolinearni**, tada važi:
 - 1) $\vec{a} \times \vec{b} = 0$
 - 2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
 - 3) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$
 - 4) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$
 - 5) $\text{rang} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 1$
 - 6) $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
 - 7) $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) \vec{a} = \lambda \vec{b}$
 - 8) $\vec{a} \parallel \vec{b}$
 - 9) $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) (\vec{a} = \lambda \vec{b} \vee \lambda \vec{a} = \vec{b})$
 - 10) $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} = 0 \wedge \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$
- Ako je $f(xy) = f(x)f(y)$, tada f :
 - 1) jeste linearna transformacija
 - 2) nije linearna transformacija
 - 3) može a ne mora biti linearna transformacija
 - 4) jeste linearna transformacija ako je $f(\alpha x) = \alpha f(x)$
- Ako je $f : V \rightarrow W$ izomorfizam, tada je:
 - 1) postoji f^{-1}
 - 2) V i W su izomorfni
 - 3) $V = W$
 - 4) za svaku nezavisnu n -torku vektora $(v_1, \dots, v_n)$ iz V , n -torka $(f(v_1), \dots, f(v_n))$ je nezavisna u W
 - 5) za svaku zavisnu n -torku vektora $(v_1, \dots, v_n)$ iz V , n -torka $(f(v_1), \dots, f(v_n))$ je zavisna u W
- Napisati analitičke izraze za funkcije $f, g, h, s, t, u, v : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, čije su geometrijske interpretacije redom:

Oсна simetrija u odnosu na x -osu: $f(x, y) = (\quad , \quad)$

Oсна simetrija u odnosu na y -osu: $g(x, y) = (\quad , \quad)$

Oсна simetrija u odnosu na pravu $y = -x$: $h(x, y) = (\quad , \quad)$

Oсна simetrija u odnosu na $y = x$: $s(x, y) = (\quad , \quad)$

Centralna simetrija u odnosu na koordinatni početak: $t(x, y) = (\quad , \quad)$

Rotacija za 90° oko koordinatnog početka: $u(x, y) = (\quad , \quad)$

Projekcija na x -osu: $v(x, y) = (\quad , \quad)$

Od navedenih funkcija linearne transformacije su: , izomorfizmi su: .